

Valeur relative d'obligations risquées

Vivien BRUNEL

August 29, 2007

1 Introduction

Un actif financier est défini par les cash-flows qu'il va engendrer dans le futur, sachant que son prix d'achat est égal à la PV de ses flux futurs. Deux obligations risquées ayant le même yield n'auront ni la même structure de cash-flows ni le même prix. Un gérant crédit peut donc se poser la question de savoir si pour un yield donné, il a intérêt à acheter un actif cher (au dessus du pair) mais qui va engendrer plus de flux d'intérêts dans le futur ou un actif décoté (en dessous du pair). En particulier, nous verrons que selon la nature du produit dont le gérant a la responsabilité, il pourra faire des choix différents, et ce de façon parfois non naturelle.

La question se pose de manière corollaire si on veut transférer un bond risqué de manière synthétique, car deux manières de procéder sont possibles. D'une part, on peut envisager la mise en place d'un contrat de swap entre le vendeur et l'acheteur de protection avec une remise au pair qui consiste en un paiement d'une soule si le prix de l'actif sous jacent n'est pas au pair. Un autre manière de procéder est plus similaire à ce qui se passe sur le marché des CDS corporate, c'est à dire aucune soule initiale, mais le vendeur de protection paie la discount margin à l'acheteur de protection et non la prime de l'actif sous-jacent, et, en cas de Credit Event, il reçoit le pair et livre l'obligation de référence. Sur les ABS, la première manière de procéder est la plus courante, mais pas forcément la plus avantageuse.

2 Prix et cash-flows

Dans ce qui suit, nous considérons une obligation bullet (corporate, ABS, obligation d'état,...). Le cas des obligations amortissables, fréquent dans le cas des ABS, se traite de la même manière. Les cash-flows sont décrit dans le schéma ci-dessous :

$$-P \quad r+s \quad r+s \quad r+s \quad \dots \quad r+s \quad 100\%$$

Le prix de cette obligation est P , et le yield de cette obligation est le taux d'actualisation qui met à 0 la séquence de cash-flows de l'obligation. On a:

$$P = \sum_t \frac{r+s}{(1+r+DM)^t} + \frac{1}{(1+r+DM)^T}$$

Dans cette relation T est la maturité de l'obligation (date à laquelle le remboursement du principal a lieu, et DM est la Discount Margin, reliée au yield par la relation $yield = r + DM$. Nous appelons s la prime. Nous voyons donc que deux obligations de même yield (ou DM) peuvent avoir des structures de cash-flows différentes. Par exemple :

<i>Bond 1</i>	-92.64%	5%	5%	5%	...	5%	100%
<i>Bond 2</i>	-100%	6%	6%	6%	...	6%	100%

Bien qu'ayant de PV égales, ces deux séquences de cash-flows n'engendrent pas la même quantité de cash-flows. La somme totale des cash-flows pour une obligation est, pour 1 euro investi initialement :

$$CF = \frac{(r+s)T+1}{P}$$

Un placement d'un euro dans l'obligation correspond à un montant nominal d'obligation égal à $1/P$. Ainsi, la sensibilité (ou duration modifiée) de la valeur du placement au niveau de DM est donnée par la formule :

$$Sensi = \frac{1}{P} \frac{\partial P}{\partial DM} = -\frac{D}{1+r+DM}$$

où D est la duration de Mc Cauley de l'obligation :

$$D = \sum_t \frac{(r+s)t}{(1+r+DM)^t} + \frac{T}{(1+r+DM)^T}$$

La duration a la propriété d'être toujours inférieure à la maturité de l'obligation ($D \leq T$). Dans le cas du bond 1 ci-dessus, la sensibilité est de 7.57 contre 7.36 pour le bond 2. La sensibilité permet d'appréhender le niveau de risque sur la valeur de marché d'une obligation. La volatilité de l'investissement d'un euro sur l'obligation va donc être égale à :

$$vol \sim |Sensi| \cdot \sigma_{DM}$$

où σ_{DM} est l'écart-type annualisé des variations du spread de marché de l'obligation entre deux dates consécutives.

3 Flux et sensibilité selon la structure des cash-flows

Les différences de points de vue lorsqu'on compare deux obligations de même yield surviennent selon qu'on ait une vision MtM ou une vision comptable des flux de l'obligation. Dans la vision MtM, le couple rentabilité / risque est défini respectivement par la DM et la sensibilité (sensibilité qui, multipliée par la volatilité de la DM conduit à la volatilité de l'obligation). Si on souhaite appréhender le risque par une mesure de risque telle que la VaR (exprimée en termes de stress sur la DM), on tiendra compte de la convexité de l'obligation. Dans la vision comptable, le rendement est mieux défini par la prime s payée par l'obligation et la somme des cash-flows ainsi engendrés, alors que le risque est le risque de non remboursement du principal, défini par la structure par termes des probabilités de défaut de l'émission, et par le montant perdu en cas de défaut.

Considérons un investissement d'un euro dans une obligation risquée. A niveau de yield ou de DM donné, la sensibilité $Sensi$ est une fonction du niveau de la prime. Le calcul donne :

$$\frac{\partial Sensi}{\partial s} = \frac{T-D}{P(r+s)(1+r+DM)} > 0$$

La sensibilité étant une valeur négative, nous avons $\frac{\partial |Sensi|}{\partial s} < 0$. La gestion d'une position MtM privilégiera donc les actifs évalués au dessus du pair, qui ont une sensibilité au risque de spread inférieure en valeur absolue. En revanche, en cas de défaut sur une obligation achetée au dessus du pair, la perte sera plus importante que pour une obligation achetée sous le pair, à niveau de recouvrement équivalent.

Par ailleurs, le total de cash-flows reçus pendant la vie du produit (si aucun défaut ne survient entre-temps) est une fonction croissante de la prime. En effet :

$$\frac{\partial CF}{\partial s} = \frac{\frac{(r+s)^{T+1}}{(1+r+DM)^T} - P}{(r+s)P^2} \leq 0$$

Le montant total de cash-flows reçu est donc supérieur pour un actif acheté sous le pair. Par ailleurs, en cas de survenance d'un Credit Event le montant perdu est inférieur si l'obligation a été achetée sous le pair.

4 Cas d'un CDO d'obligations risquées

Dans le cas d'un CDO d'obligations risquées, l'analyse n'est pas aussi simple car il faut distinguer les flux d'intérêts et de capital, et les différents porteurs peuvent avoir des intérêts divergents selon où leur investissement se situe dans la structure de capital du CDO.

Le total de cash-flows d'intérêt et de principal versé par le portefeuille d'obligations s'écrivent respectivement :

$$\begin{aligned} CF_i &= \frac{(r+s)T}{P} \\ CF_p &= 1/P \end{aligned}$$

Les sensibilités de ces cash-flows au niveau de la prime s'écrivent :

$$\begin{aligned} \frac{\partial CF_i}{\partial s} &= \frac{T}{P^2(1+r+DM)^T} > 0 \\ \frac{\partial CF_p}{\partial s} &= -\frac{P-1/(1+r+DM)^T}{P^2(r+s)} \leq 0 \end{aligned}$$

Ainsi, sans surprise, les flux d'intérêts sont plus importants lorsque l'obligation est achetée au dessus du pair, et les flux de principal moins importants. Des flux d'intérêts plus importants favorisent l'equity du fait que l'excess spread sera plus important, mais nous avons vu que les paiements en principal étaient plus faibles. Par ailleurs, des flux d'intérêts importants sont également importants pour la dette car l'excess spread vient protéger les pertes en capital.

Acheter au dessus du pair diminue la sensibilité de la valorisation du portefeuille au risque de spread et donc la probabilité de toucher un OC test est plus faible (le ratio d'OC est modifié si par exemple des actifs sont downgradés). Le niveau de coupons plus élevé est compensé par le fait que le remboursement se fait au-dessous du prix d'achat. Si on considère un investissement d'un euro, pour un niveau de perte donné, il vaut mieux que l'actif verse des coupons plus importants rapidement et rembourse un peu moins à maturité sur la partie restant en vie.

Pour un CDO d'ABS, l'achat au dessus du pair présente donc plusieurs intérêts :

- Sensibilité moindre aux variations de spread et donc exposition plus défensive (intuitivement, il s'agit d'actifs dont la qualité de crédit s'est améliorée depuis l'émission).
- Flux de d'intérêts plus élevés qui favorisent l'equity dans le scénario 0 défaut (via l'excess spread) et protègent la dette s'il y a quelques défauts.
- S'il y a des défauts, l'equity est en revanche pénalisée par des remboursements plus faibles dans le cas d'un achat au dessus du pair.

5 Grandeur et décadence

En poussant ces idées à l'extrême, nous obtenons deux types de stratégies obligataires :

- Fonds d'obligations distressed : le principe étant d'acheter des obligations en défaut à un prix très loin du pair (40% par exemple) et en spéculant sur un remboursement futur. Bien sûr, il s'agit d'un investissement de type Principal Only (PO) car les flux d'intérêts versés sont minimes devant le yield ($s \ll DM$). La volatilité de cet investissement est très élevée, ainsi que le risque de défaut (bien que présentant un LGD relativement faible). Les hedge funds sont friands de ce genre de stratégie qui requiert une analyse fondamentale de l'émetteur de l'obligation très poussée.
- Fonds d'obligations rescussitées : le principe est d'acheter des obligations upgradées qui sont chères, mais versent un flux d'intérêt très supérieur au yield. Cette stratégie est plus stable en termes de risque volatilité au risque de spread, le risque de défaut est faible, mais la LGD élevée (d'autant plus que l'obligation a été achetée au dessus du pair). On privilégiera des obligations ayant une WAL élevée afin de diminuer la valeur temps des flux de principal et d'en augmenter celle des flux d'intérêts.